Advanced Engineering Mathematics
(Class #: 3317)

Final exam

Hour: 3:00 ~ 5:00 pm
Date: 21 June 2002

Student Name: _______________
Student's SIGNATURE: ______________
Student I.D. Number: _____________

Directions: Please enter your name on this page. Then sign the examination and enter your student identification number above. Time allowed for this examination is 2 hours. Answer all questions on a separate paper provided. Be precise, logical, and ordered in your responses. ***Show all your work!*** I can not do give *any* credit if you do not write *any*thing–put something you learned in this class if you do want to get even only a single point

(20 pt) 1. As uniform rain droplets in the atmosphere fall downward, it will evaporate while retaining their spherical shape. Assuming the rate of evaporation of the rain droplets is proportional to their surface area and negligible friction force of air, the velocity of the falling rain droplets with respect to time may be given by the following 1st–order linear DE.

$$\frac{dv}{dt} + \frac{3\dfrac{k}{\rho}}{\dfrac{k}{\rho}t + r_0} v = g$$

where k is the proportional constant having a value less than zero, ρ is the density of the rain droplets, and r_0 is the radius of the rain droplets at time $t = 0$.

(a) Find an integrating factor.

(b) Obtain a general solution of the DE using the method of variation of parameters.

$$Ans.:\ v(t) = \frac{c}{\left(r_0 + \dfrac{k}{\rho}t\right)^3} + \frac{g}{4\dfrac{k}{\rho}}\left(r_0 + \frac{k}{\rho}t\right)$$

(c) Determine the constant c under an appropriate initial condition.

(d) The r_0 value decreases with time, because of the evaporating process. Such a change in the radius of the spherical raindrops as a function of time is expressed by

$$\frac{dr}{dt} = \frac{k}{\rho}$$

Calculate a value of radius of the raindrops after 16.5 min on which the rain droplets reach the ground surface, assuming r_0 = 3.201 mm and k = -3.226×10^{-4} g/s·cm^2. Do you need an umbrella against the rain?

(10 pt) 2. A nonlinear 1st-order differential equation is given by

$$\frac{dy}{dx} - y = e^x y^2 .$$

(a) Obtain a linear DE by using an appropriate substitution.

(b) Find a solution of the linear DE and then consequently a final solution of the nonlinear DE.

(20 pt) 3. Answer the following questions for the given differential equations.

$$\text{(i)}\ \left(2y - \frac{1}{x} + \cos 3x\right)\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x^2} - 4x^3 + 3y\sin 3x = 0$$

$$\text{(ii)}\ \left(y\ln y - e^{-xy}\right)dx + \left(\frac{1}{y} + x\ln y\right)dy = 0$$

$$\text{(iii)}\ x\frac{dy}{dx} = 2xe^x - y + 6x^2$$

(a) Determine whether each differential equation given above is exact one.

(b) Give a solution of the equation(s) that is(are) exact.

(15 pt) 4. Consider the linear homogeneous 5th-order differential equation

$$a_5(x)\frac{d^5y}{dx^5} + a_4(x)\frac{d^4y}{dx^4} + a_3(x)\frac{d^3y}{dx^3} + a_2(x)\frac{d^2y}{dx^2} + a_1(x)\frac{dy}{dx} + a_0(x)y = 0$$

where the coefficients $a_i(x)$, i = 0, 1, ….., 5, are continuous on an interval I in which $a_5(x)$ is not zero for every x.

(a) Give the number of a fundamental set of solutions on the interval I.

(b) Assuming all the solutions found are linearly independent on the interval, obtain the general solution of the 5th-order DE.

(Hint: Whether a linear combination of the fundamental set of solutions using superposition principle is possible in such a condition?)

(c) If at least one of the solutions found is linearly dependent on the interval, can we use the above procedure employed to find the general solution?

(15 pt) 5. Verify that the general solution for the 2nd-order homogeneous differential equation $x'' + \omega^2 x = 0$ on the interval (-∞, ∞) is expressed as

$$x(t) = c_1 \cos \omega t + c_2 \sin \omega t$$

where c_1 and c_2 are constants.

(Hint: Use the Wronskian formulism for the fundamental set of solutions.)

(Use the Euler's formula $e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$ and $e^{-i\theta} = \cos\theta - i\sin\theta$ if needed.)

(20 pt) 6. Answer the following questions.

(a) Find a general solution of $y'' - 2y' + 2y = (\cos x - 3\sin x)e^{2x}$.

(Hint: Use the method of undetermined coefficients.)

(b) Solve $y'' - 4y' + 4y = (12x^2 - 6x)e^{2x}$ using the method of variation of parameters.

(c) Obtain a solution of the 3rd-order linear homogeneous DE $\dfrac{d^3u}{dt^3} + \dfrac{d^2u}{dt^2} - 2u = 0$.

(d) If $y_1 = e^{-2x}$ is a solution of the associated homogeneous DE of $y'' - 4y = 2$, find a 2nd solution of the homogeneous DE and a particular solution of the nonhomogeneous DE.

(Hint: Use the method of reduction of order.)

Good luck on all your works to answer the questions.

Advanced Engineering Mathematics
(Class #: 3148)

Final Exam.

Hour: 3:00 ~ 5:00 pm
Date: 17 June 2003

Student Name: _______________
Student's SIGNATURE: ______________
Student I.D. Number: _____________

Directions: Please enter your name on this page. Then sign the examination and enter your student identification number above. Time allowed for this examination is 2 hours. Answer all questions on a separate paper provided. Be precise, logical, and ordered in your responses. ***Show all your work!*** I can not do give *any* credit if you do not write *any*thing. Be careful with mathematics and units!

(30 pt) 1. 아래에 주어진 미분 방정식과 초기조건에서 다음 각 항에 답하시오.

$$\left(\frac{3y^2 - t^2}{y^5}\right)\frac{dy}{dt} + \frac{t}{2y^4} = 0\,,\ \ y(t=1) = 1$$

(1) 위에 주어진 1 차 비선형 ODE 는 $\left(\frac{3y^2 - t^2}{y^5}\right)dy + \frac{t}{2y^4}dt = 0$ 로 쓸 수 있으며, 이때 $M(t,y) = \left(\frac{3y^2 - t^2}{y^5}\right)$ 와 $N(t,y) = \frac{t}{2y^4}$ 로 나타낼 수 있다. $\frac{\partial M}{\partial t}$ 를 구하시오.

(2) $\frac{\partial N}{\partial y}$ 를 구해서 $\frac{\partial M}{\partial t} = \frac{\partial N}{\partial y}$ 임을 보이시오.

(3) 이 완전 미분 방정식의 해가 $\frac{t^2}{4y^4} - \frac{3}{2y^2} = c$ 일 때, 미지의 상수값 c 를 결정하시오.

(10 pt) 2. 이자가 복리로 증가하는 시중은행의 어느 정기예금에 가입할 때, 시간에 따라 원리금 (S)는 임의의 시점에서의 금액에 비례하여 증가한다. 이때, 이러한 관계는 아래의 1 차 선형 미분 방정식으로 주어지며,

$$\frac{dS}{dt} = rS$$

여기서, r 은 연 이자율이다. 복리 이자율이 3.15%인 정기예금에 처음 5,000,000 원을 적립하였다면, 3 년 뒤에 찾을 수 있는 원리금을 계산하시오.

(Ans.: 5,495,546 원)

(10 pt) 3. 1 차 비선형 ODE 인 $t^2 \frac{dy}{dt} + y^2 = ty$ 의 해를 치환법을 이용하여 구하시오.

(Hint: 베르누이 방정식의 해법을 이용함.)

(20 pt) 4. 다음에 주어진 2 차 선형 ODE 를 가지고 각 물음에 답하시오.

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + 2y = 0$$

(1) 이 ODE 의 일반해가 $y = \sum_{i=1}^{i=n} c_i e^{m_i x}$ 와 같이 선형조합 (linear combination)으로 표현될 수 있을 때, n 의 정수값을 쓰시오.

(2) 보조 방정식을 이용하여 m_i 를 결정하고, 이 ODE 의 일반해를 구하시오.

(10 pt) 5. 3 차 선형 ODE 인 $\frac{d^3y}{dx^3} - 5\frac{d^2y}{dx^2} + 3\frac{dy}{dx} + 9y = 0$ 의 일반해를 구하시오.

(20 pt) 6. 1 차 선형 ODE 인 $\frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} + y = 0$ 이 있을 때, 다음 각 항에 답하시오.

(1) 이 ODE 의 기본해 중에 하나는 $y_1 = xe^{-x}$ 임을 보여라.

(2) 또 다른 기본해인 y_2 를 구하시오.

(3) 일반해를 구하기 위하여 기본해들을 선형조합할 수 있는지를 검토하시오.

(4) $y(1) = \frac{1}{e}$ 와 $y'(0) = e$ 일 때, 위 ODE 의 해를 구하시오.

(Ans.: $y = \frac{1+e}{2} xe^{-x} + \frac{1-e}{2} e^{-x}$)

Good luck on all your work to be answered to the questions.

Advanced Engineering Mathematics
(Class #: 2967)

Final exam.

Hour: 5:00 ~ 7:00 pm
Date: 21 June 2004

Student Name: _______________
Student's SIGNATURE: ______________
Student I.D. Number: _____________

Directions: Please enter your name on this page. Then sign the examination and enter your student identification number above. Time allowed for this examination is 2 hours. Answer all questions on a separate paper provided. Be precise, logical, and ordered in your responses. ***Show all your work!*** I cannot do give *any* credit if you do not write *any*thing you learned in this class. Be careful with mathematics and units!

(30 pt) 1. 3 차 선형 동차 미분 방정식 $\frac{d^3y}{dx^3} - 6\frac{d^2y}{dx^2} + 11\frac{dy}{dx} - 6y = 0$ 의 기본해들은 $y_1 = e^x$, $y_2 = e^{2x}$ 및 $y_3 = e^{3x}$ 이다. 다음 각 물음에 대하여 답하시오.

(1) 위의 기본해들이 정의구역 I $(-\infty, \infty)$에서 선형적으로 독립적인지를 어떻게 판별할 수 있는지를 약술하시오. <u>(10 pt)</u>

(2) $\begin{vmatrix} e^x & e^{2x} & e^{3x} \\ e^x & 2e^{2x} & 3e^{3x} \\ e^x & 4e^{2x} & 9e^{3x} \end{vmatrix}$ 의 값을 구하시오. <u>(10 pt)</u>

(3) (1)과 (2)에 기초하여, 이 3 차 미분 방정식의 일반해를 어떻게 얻을 수 있는지를 간략히 기술하시오. <u>(5 pt)</u>

(4) (3)에서 도출되어진 결론을 바탕으로, 일반해를 구할 수 있다면 그 일반해를 쓰시오. 만약 일반해를 구할 수 없다면 그 이유를 설명하시오. <u>(5 pt)</u>

(20 pt) 2. 어떤 미분 방정식 $(2x-1)dx + (3y+7)dy = 0$ 이 주어져 있을 때, 아래의 각 물음에 답하시오.

(1) 이 미분 방정식이 완전 미분 방정식임을 보이시오.

(2) 완전 미분 방정식의 해를 구하는 방법으로 해를 얻으시오.

(10 pt) 3. $y = \int xe^x dx$ 를 치환법으로 적분하시오.

(20 pt) 4. 선형 동차 미분 방정식 $y''+2y'+y=0$ 의 기본해들 중에서 하나가 $y_1 = xe^{-x}$ 일 때, 다음 물음에 답하시오.

(1) 기본해의 전체 개수는 몇 개인가? <u>(5 pt)</u>

(2) 차수감소법으로 다른 기본해(들)를(을) 구하시오. <u>(10 pt)</u>

(3) (2)로부터 얻어진 기본해(들)를(을) 가지고, 이 미분방정식의 일반해를 구하시오. <u>(5 pt)</u>

(20 pt) 5. 어떤 미분 방정식 $(x+y)dx + xdy = 0$ 이 주어질 때, 다음 각 물음에 답하시오.

(1) 이 미분 방정식의 해를 매개변수 변화법으로 구하시오.

(2) 이 미분 방정식의 해를 치환법 (= 대체법)으로 구하시오.

Good luck on all your works to answer the questions.

Advanced Engineering Mathematics
(Class #: 2899)

FINAL EXAMINATION

Hour: 11:00 ~ 12:50 pm
Date: 21 June 2005

Student Name: _______________
Student's SIGNATURE: ______________
Student I.D. Number: _____________

Directions: Please enter your name on this page. Then sign the examination and enter your student identification number above. Time allowed for this examination is ca. 2 hours. Answer all questions on a separate paper provided. Be precise, logical, and ordered in your responses. ***Show all your work!*** I can not do give *any* credit if you do not write *any*thing.

(50 pt) 1. 다음 각 물음에 답하시오.

(1) $\int xe^x dx$ 를 구하시오.

(2) $\int e^{5x} dx$ 를 구하시오.

(3) $e^{\ln\frac{1}{x-1}}$ 를 구하시오.

(4) $\ln 3x - \ln y$ 를 구하시오.

(5) $\int \frac{1}{x-1} dx$ 를 구하시오

(30 pt) 2. 어떤 상미분방정식 $2xydx + (x^2 - 1)dy = 0$ 의 일반해를 구하고자 한다. 다음 각 물음에 주어진 방법을 사용하여 일반해를 구하시오.

(1) 매개변수 변화법으로 일반해를 구하시오.

(2) 변수 분리법으로 일반해를 구하시오.

(3) 완전 미분방정식 해법으로 일반해를 구하시오.

(20 pt) 3. 아래에 주어진 각각의 미분방정식의 해를 구하시오.

(1) $x\dfrac{dy}{dx}+y=x^2y^2$

(2) $\dfrac{dy}{dx}=(-2x+y)^2-7$

Good luck on all your works to answer the questions.

Advanced Engineering Mathematics
(Class #: 2951)

FINAL EXAMINATION

Hour: 10:00 ~ 11:50 am
Date: 20 June 2006

Student Name: _______________
Student's SIGNATURE: ______________
Student I.D. Number: _____________

Directions: Please enter your name on this page. Then sign the examination and enter your student identification number above. Time allowed for this examination is ca. 2 hours. Answer all questions on a separate paper provided. Be precise, logical, and ordered in your responses. ***Show all your work!*** I can not do give *any* credit if you do not write *any*thing.

(20 pt) 1. 어떤 미분 방정식 $(x+y)dx + xdy = 0$ 이 주어질 때, 다음 각 물음에 답하시오.

(1) 이 미분 방정식의 해를 매개변수 변화법으로 구하시오.

(2) 이 미분 방정식의 해를 치환법 (= 대체법)으로 구하시오.

(40 pt) 2. 다음 각 물음에 답하시오.

(1) $\int xe^x dx$ 를 구하시오.

(2) $\int e^{5x} dx$ 를 구하시오.

(3) $e^{\ln\frac{1}{x-1}}$ 를 구하시오.

(4) $\int \frac{2x}{x^2-1} dx$ 를 구하시오

(20 pt) 3. 어떤 상미분방정식 $2xydx+(x^2-1)dy=0$의 일반해를 구하고자 한다. 다음 각 물음에 주어진 방법을 사용하여 일반해를 구하시오.

(1) 매개변수 변화법으로 일반해를 구하시오.

(2) 완전 미분방정식 해법으로 일반해를 구하시오.

(20 pt) 4. 대체법과 매개변수 변화법을 적절히 사용하여 $x\dfrac{dy}{dx}=y\ln(2y)$ 의 해를 구하려고 한다. 다음 각 물음에 답하시오.

(1) 적분인자를 구하시오.

(Hint: $u=\ln y$ 로 대체하여 시작한다)

(2) 양변에 적분인자를 곱한 후에 정리하여 이 미분방정식의 해를 구하시오.

(Ans.: $y=2+e^{cx-1}$)

Good luck on all your work.

Advanced Engineering Mathematics
(Class #: 2951)

FINAL EXAMINATION

Hour: 11:00 ~ 12:50 am
Date: 18 June 2007

Student Name: _______________
Student's SIGNATURE: ______________
Student I.D. Number: _____________

Directions: Please enter your name on this page. Then sign the examination and enter your student identification number above. Time allowed for this examination is ca. 2 hours. Answer all questions on a separate paper provided. Be precise, logical, and ordered in your responses. ***Show all your work!*** I can not do give *any* credit if you do not write *any*thing.

(10 pt) 1. 이자가 복리로 증가하는 시중은행의 어느 정기예금에 가입할 때, 시간에 따라 원리금 (S)는 임의의 시점에서의 금액에 비례하여 증가한다. 이때, 이러한 관계는 아래의 1 차 선형 미분 방정식으로 주어지며,

$$\frac{dS}{dt} = rS$$

여기서, r 은 연 이자율이다. 복리 이자율이 3.15%인 정기예금에 처음 5,000,000 원을 적립하였다면, 3 년 뒤에 찾을 수 있는 원리금을 계산하시오.

(Ans.: 5,495,546 원)

(20 pt) 2. 다음 각 물음에 답하시오.

(1) $\int \frac{1}{y+3}dy = \int (e^{3x} + x^2)dx$ 를 구하시오.

(2) $e^{\ln\frac{1}{x^2}}$ 를 구하시오.

(20 pt) 3. 어떤 상미분방정식 $2xydx+(x^2-1)dy=0$의 일반해를 구하고자 한다. 다음 각 물음에 주어진 방법을 사용하여 일반해를 구하시오.

(1) 매개변수 변화법으로 일반해를 구하시오.

(2) 완전 미분방정식 해법으로 일반해를 구하시오.

(20 pt) 4. 어떤 상미분방정식 $x\frac{dy}{dx}+2y=3$의 해를 구하고자 한다. 다음 각 물음에 답하시오.

(1) 적분인자를 구하시오.

(2) 해를 구하시오.

(30 pt) 5. 선형 동차 미분 방정식 $y''+2y'+y=0$ 의 기본해들 중에서 하나가 $y_1=xe^{-x}$일 때, 다음 물음에 답하시오.

(1) 기본해의 전체 개수는 몇 개인가?

(2) 차수감소법으로 다른 기본해(들)를(을) 구하시오.

(3) (2)로부터 얻어진 기본해(들)를(을) 가지고, 이 미분방정식의 일반해를 구하시오.

Good luck on all your work.

Advanced Engineering Mathematics
(Class #: 1544)

Final Exam.

Hour: 10:00 ~ 11:50 pm
Date: 21 June 2008

Student Name: _______________
Student's SIGNATURE: ______________
Student I.D. Number: _____________

Directions: Please enter your name on this page. Then sign the examination and enter your student identification number above. Time allowed for this examination is ca. 2 hours. Answer all questions on a separate paper provided. Be precise, logical, and ordered in your responses. ***Show all your work!*** I can not do give *any* credit if you do not write *any*thing.

(20 pt) 1. $t^2 \dfrac{dy}{dt} + y^2 = ty$ 의 일반해를 대체법으로 구하시오.

(20 pt) 2. 어떤 상미분방정식 $x\dfrac{dy}{dx} + 2y = 3$ 의 해를 구하고자 한다. 다음 각 물음에 답하시오.

(1) 적분인자를 구하시오.

(2) 해를 구하시오.

(20 pt) 3. 어떤 상미분방정식 $2xydx + (x^2 - 1)dy = 0$ 의 일반해를 구하고자 한다. 다음 각 물음에 주어진 방법을 사용하여 일반해를 구하시오.

(1) 매개변수 변화법으로 일반해를 구하시오.

(2) 완전 미분방정식 해법으로 일반해를 구하시오.

(40 pt) 4. 다음에 주어진 2 차 선형 상미분방정식에 대하여 다음의 각 물음에 답하시오.

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} - 12y = 0$$

(1) 이 상미분방정식의 일반해를 $y = \sum_{i=1}^{i=n} c_i e^{m_i x}$ 와 같이 표현할 수 있을 때, n 의 정수값을 쓰시오.

(2) 이 상미분방정식의 기본해 중에 하나가 $y_1 = e^{3x}$ 이라고 할 때, 차수감소법을 적용하여 또 다른 해(들)을 있는 대로 구하시오.

(3) $\begin{vmatrix} y_1 & y_2 \\ y_1' & y_2' \end{vmatrix}$ 를 구하고, 선형조합이 가능한지를 결정하시오.

(4) (1)-(3)의 결과를 이용하여 이 상미분방정식의 일반해를 구하시오.

Good luck on all your work.

Advanced Engineering Mathematics
(Class #: 4813)

Final exam

Hour: 11:00 ~ 12:50 pm
Date: 18 June 2009

Student Name: _______________
Student's SIGNATURE: ______________
Student I.D. Number: _____________

Directions: Please enter your name on this page. Then sign the examination and enter your student identification number above. Time allowed for this examination is 2 hours. Answer all questions on a separate paper provided. Be precise, logical, and ordered in your responses. ***Show all your work!*** I can not do give *any* credit if you do not write *any*thing–put something you learned in this class if you do want to get even only a single point

(20 pt) 1. 아래에 주어진 미분 방정식을 가지고 다음 각 항에 답하시오.

$$\left(\frac{3y^2 - t^2}{y^5}\right)\frac{dy}{dt} + \frac{t}{2y^4} = 0$$

(1) 위에 주어진 1 차 비선형 ODE 는 $\left(\frac{3y^2 - t^2}{y^5}\right)dy + \frac{t}{2y^4}dt = 0$ 로 쓸 수 있으며, 이때 $M(t, y) = \left(\frac{3y^2 - t^2}{y^5}\right)$ 와 $N(t, y) = \frac{t}{2y^4}$ 로 나타낼 수 있다. $\frac{\partial M}{\partial t} = \frac{\partial N}{\partial y}$ 임을 보이시오.

(2) 이 미분방정식의 해를 완전 미분 방정식 해법으로 구하시오.

(Ans.: $\frac{t^2}{4y^4} - \frac{3}{2y^2} = c$)

(20 pt) 2. 다음 각 물음에 답하시오.

(1) $\int xe^{3x}dx$ 를 구하시오.

(2) $e^{\ln\frac{1}{x-1}}$ 를 구하시오.

(3) $\ln 3x - \ln y$ 를 구하시오.

(4) $\int \frac{1}{x-1} dx$ 를 구하시오.

(10 pt) 3. 이자가 복리로 증가하는 시중은행의 어느 정기예금에 가입할 때, 시간에 따라 원리금 (S)는 임의의 시점에서의 금액에 비례하여 증가한다. 이때, 이러한 관계는 아래의 1 차 선형 미분 방정식으로 주어지며,

$$\frac{dS}{dt} = rS$$

여기서, r 은 연 이자율이다. 복리 이자율이 3.15%인 정기예금에 처음 5,000,000 원을 적립하였다면, 3 년 뒤에 찾을 수 있는 원리금을 계산하시오.

(Ans.: 5,495,546 원)

(30 pt) 4. 다음에 주어진 2 차 선형 ODE 를 가지고 각 물음에 답하시오.

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + 2y = 0$$

(1) 이 ODE 의 일반해가 $y = \sum_{i=1}^{i=n} c_i e^{m_i x}$ 와 같이 선형조합 (linear combination)으로 표현될 수 있을 때, n 의 정수값을 쓰시오.

(2) 이 상미분방정식의 기본해 중에 하나가 $y_1 = e^{2x}$ 이라고 할 때, 차수감소법을 적용하여 또 다른 해(들)을 있는 대로 구하시오.

(3) $\begin{vmatrix} y_1 & y_2 \\ y_1' & y_2' \end{vmatrix}$ 를 구해 선형조합이 가능한지를 결정하고, 이 상미분방정식의 일반해를 구하시오.

(20 pt) 5. 어떤 미분 방정식 $(x+y)dx + xdy = 0$ 이 주어질 때, 다음 각 물음에 답하시오.

(1) 이 미분 방정식의 해를 매개변수 변화법으로 구하시오.

(2) 이 미분 방정식의 해를 치환법 (= 대체법)으로 구하시오.

Good luck on all your work.

Advanced Engineering Mathematics
(Class #: 3693)

Final Exam.

Hour: 3:00 ~ 4:50 pm
Date: 15 June 2010

Student Name: _______________
Student's SIGNATURE: ______________
Student I.D. Number: _____________

Directions: Please enter your name on this page. Then sign the examination and enter your student identification number above. Time allowed for this examination is 2 hours. Answer all questions on a separate paper provided. Be precise, logical, and ordered in your responses. ***Show all your work!*** I can not do give *any* credit if you do not write *any*thing. Be careful with mathematics and units!

(15 pt) 1. 아래의 2 차 상미분방정식에 대하여 다음의 각 물음에 답하시오.

$$\frac{d^2y}{dx^2}+\frac{dy}{dx}-12y=0$$

(1) 이 상미분방정식의 일반해를 $y=\sum_{i=1}^{i=n}c_i e^{m_i x}$ 와 같이 표현할 수 있을 때, n 의 정수값을 쓰시오. (5 pt)

(2) 이 상미분방정식의 기본해는 $y_1=e^{3x}$ 와 $y_2=e^{-4x}$ 이다. $W=\begin{vmatrix} y_1 & y_2 \\ y_1' & y_2' \end{vmatrix}$ 를 구하여 선형조합 가능 여부를 판단하고, 일반해를 구하시오. (10 pt)

(25 pt) 2. 다음 각 물음에 답하시오.

(1) $\int xe^{3x}dx$ 를 구하시오.

(2) $e^{\ln\frac{1}{x^2}}$ 를 구하시오.

(3) $\ln 3x-\ln y$ 를 구하시오.

(4) $\int \frac{1}{y+3}dy = \int (e^{3x} + x^2)dx$ 를 구하시오.

(5) $\int \frac{2x}{x^2 - 1}dx$ 를 구하시오.

(20 pt) 3. 어떤 상미분방정식 $x\frac{dy}{dx} + 2y = 3$ 의 해를 구하고자 한다. 다음 각 물음에 답하시오.

(1) 매개변수 변화법으로 일반해를 구하고자 할 때,

(1-a) 적분인자를 구하시오. <u>(5 pt)</u>

(1-b) 일반해를 구하시오. <u>(5 pt)</u>

(2) 치환법 (= 대체법)으로 일반해를 구하시오. <u>(10 pt)</u>

(40 pt) 4. 어떤 상미분방정식 $-ydx + xdy = 0$ 의 일반해를 구하고자 한다. 다음 각 물음에 주어진 방법을 사용하여 일반해를 구하시오.

(1) 적분인지를 구해 매개변수 변화법으로 일반해를 구하고자 한다. <u>(10 pt)</u>

(1-a) 적분인자를 구하시오. <u>(5 pt)</u>

(1-b) 적분인자를 양변에 곱해 일반해를 구하시오. <u>(5 pt)</u>

(2) 변수 분리법으로 일반해를 구하시오. <u>(10 pt)</u>

(3) 완전 미분방정식 해법으로 일반해를 구하시오. <u>(20 pt)</u>

(3-a) 완전 미분방정식인지 여부를 판단하시오. <u>(5 pt)</u>

(3-b) 완전 미분방정식으로 변경하시오. <u>(5 pt)</u>

(3-c) 지시된 해법으로 일반해를 구하시오. <u>(10 pt)</u>

Good luck on all your work.

Advanced Engineering Mathematics (1)
(Class #: 3393)

Final Exam.

Hour: 1:00 ~ 2:50 pm
Date: 15 JUNE 2011

Student Name: _______________
Student's SIGNATURE: ______________
Student I.D. Number: _____________

Directions: Please enter your name on this page. Then sign the examination and enter your student identification number above. Time allowed for this examination is 2 hours. Answer all questions on a separate paper provided. Be precise, logical, and ordered in your responses. ***Show all your work!*** I can not do give *any* credit if you do not write *any*thing – put something. Be careful with mathematics and units!

(30 pt) 1. 아래에 주어진 각 물음에 답하시오.

(1) $\int xe^{3x}dx$ 를 구하시오.

(2) $\int \frac{1}{y+3}dy = \int (e^{3x} + x^2)dx$ 를 $y = f(x)$의 형태로 구하시오.

(3) $\int \frac{3x+1}{x^2-1} dx$ 를 구하시오.

(20 pt) 2. 주어진 2 차 선형 상미분방정식에 대하여 아래의 각 물음에 답하시오.

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + 2y = 0$$

(1) 차수감소법(reduction of order)을 적용하여 기본해 y_1과 y_2를 구하시요.

(2) (1)에서 구한 두 개의 기본해로부터 일반해를 얻을 수 있는지를 판단하시오.

(Hint: $\begin{vmatrix} y_1 & y_2 \\ y_1' & y_2' \end{vmatrix} \neq 0$ 일 경우, 기본해를 선형조합할 수 있음)

(20 pt) 3. 어떤 상미분방정식 $x\frac{dy}{dx}+2y=3$ 의 해를 구하고자 한다. 다음 각 물음에 답하시오.

(1) 비동차미분방정식 풀이법으로 일반해를 구하고자 할 때,

(1-a) 적분인자를 구하시오. (5 pt)

(1-b) 일반해를 구하시오. (5 pt)

(2) 치환법 (=대체법)으로 일반해를 구하시오. (10 pt)

(10 pt) 4. 이자가 복리로 증가하는 시중은행의 정기예금에 가입할 때, 시간에 따라 원리금(S)는 임의의 시점에서의 금액에 비례하여 증가한다. 이때, 이러한 관계는 아래의 1 차 선형 미분 방정식으로 주어지며,

$$\frac{dS}{dt}=rS$$

여기서, r 은 연 이자율이다. 복리 이자율이 3.85%인 정기예금에 처음 3,000,000 원을 적립하였다면, 3 년 뒤에 찾을 수 있는 원리금을 계산하시오.

(20 pt) 5. 다음 각 물음에 주어진 방법을 사용하여 일반해를 구하시오.

(1) $2xydx+(x^2-1)dy=0$ 의 해를 완전 미분방정식 해법으로 구하시오.

(2) $\frac{dT}{dt}=k(T-T_m)$의 해를 비동차미분방정식 풀이법으로 구하시오.

※ Homework Set 1 에 있는 문제와 동일함

Good luck on all your works to answer the questions.

Advanced Engineering Mathematics
(Class #: 3610)

Final examination

Hour: 10:00 ~ 11:50 pm
Date: 18 JUNE 2012

Student Name: _______________
Student's SIGNATURE: ______________
Student I.D. Number: _____________

Directions: Please enter your name on this page. Then sign the examination and enter your student identification number above. Time allowed for this examination is 2 hours. Answer all questions on a separate paper provided. Be precise, logical, and ordered in your responses. ***Show all your work!*** I can not do give *any* credit if you do not write *any*thing – put something. Be careful with mathematics and units!

(30 pt) 1. 다음 각 물음에 답하시오.

(1) $\int xe^{5x}dx$를 구하시오.

(2) $e^{\ln 3x}$를 구하시오.

(3) $\int \frac{1}{x^2-1}dx$를 구하시오.

(20 pt) 2. 아래 각 미분방정식의 해를 비동차 미분방정식 해법으로 구하시오.

(1) $x\frac{dy}{dx} - y = x^2 \sin x$

(Homework Set A에 있는 문제와 동일함)

(2) $\frac{dC_A}{dt} + 2tC_A = 2t$

(30 pt) 3. 아래에 주어진 각 미분방정식의 해를 지시된 해법으로 구하시오.

(1) $x\frac{dy}{dx} = \frac{y^2}{x} + y$ (대체법)

(2) $x\frac{dy}{dx} - 4y = 0$ (변수분리법)

(3) $(x^3 + y^3)dx + 3xy^2dy = 0$ (완전미분방정식 해법)

(20 pt) 4. 어떤 상미분방정식 $x - xy - \frac{dy}{dx} = 0$이 있다. 아래에 주어진 각 물음에 답하시오.

(1) 적분인자를 구하시오.

(2) (1)의 결과를 이용하여, 비동차 미분방정식의 해법으로 해를 구하시오.

Good luck on all your works to answer the questions.

Engineering Applied Mathematics
(Class #: 1693)

FINAL EXAMINATION

Hour: 9:00 ~ 10:50 pm
Date: 17 June 2013

Student Name: _______________
Student's SIGNATURE: ______________
Student I.D. Number: _____________

Directions: Please enter your name on this page. Then sign the examination and enter your student identification number above. Time allowed for this examination is ca. 2 hours. Answer all questions on a separate paper provided. Be precise, logical, and ordered in your responses. ***Show all your work!*** I can not do give *any* credit if you do not write *any*thing.

(30 pt) 1. 다음 각 물음에 답하시오.

(1) $w = xe^{2x}$일 때, $\int w\,dx$를 구하시오.

(2) $\ln C_A = e^{4t} + c$일 때, $C_A = f(t)$를 구하시오.

(3) $\int \frac{3}{(x+\alpha)(x+\beta)}dx$를 구하시오. 단, α와 β는 상수이다.

(25 pt) 2. 어떤 선형 동차 상미분 방정식이 $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} - 12y = 0$로 주어졌을 때, 다음 물음에 답하시오.

(1) 차수감소법을 적용하여 기본해 y_1과 y_2를 구하시오. (10 pt)

(2) 상기 (1)의 결과를 가지고 $\begin{vmatrix} y_1 & y_2 \\ \frac{dy_1}{dx} & \frac{dy_2}{dx} \end{vmatrix}$를 구하시오. (10 pt)

(3) 상기 (2)의 결과에 기초할 때, 주어진 상미분 방정식의 일반해를 구할 수 있다면 그 이유를 쓰고 일반해를 구하시오. 만약 일반해를 구할 수 없다면 그 이유를 설명하시오. (5 pt)

(20 pt) 3. 어떤 상미분방정식 $\frac{dy}{dx} + 2y = e^x$이 있다. 아래에 주어진 각 물음에 답하시오.

(1) 적분인자를 구하시오. (5 pt)

(2) 라그랑제 풀이법으로 일반해를 구하시오. (10 pt)

(3) 상기 (2)에서 얻어진 일반해가 (0, 1)를 지날 때, 그 해를 구하시오. (5 pt)

(20 pt) 4. 아래에 주어진 각 미분방정식의 해를 지시된 해법으로 구하시오.

(1) $x\frac{dy}{dx} + 2y = 3$ (매개변수변화법) ※ HW문제와 동일함

(2) $(x^3 + y^3)dx + 3xy^2dy = 0$ (완전미분방정식 해법)

Good luck on all your work.

Engineering Applied Mathematics
(Class #: 1692)

Final exam.

Hour: 1:00 ~ 2:50 pm
Date: 18 June 2014

Student Name: _______________
Student's SIGNATURE: ______________
Student I.D. Number: _____________

Directions: Please enter your name on this page. Then sign the examination and enter your student identification number above. Time allowed for this examination is 2 hours. Answer all questions on a separate paper provided. Be precise, logical, and ordered in your responses. ***Show all your work!*** I can not do give *any* credit if you do not write *any*thing. Be careful with mathematics and units!

(10 pt) 1. $\dfrac{dy}{dx}+y=e^{3x}$ 의 해를 구하시오.

(어떤 방법을 적용하든지 해를 구하면 되고, 이 문제는 HW 과 동일한 문제임)

(40 pt) 2. 다음 각 물음에 답하시오.

(1) $x\dfrac{dy}{dx}+2y^2=e^{2x}$ 의 해를 구할 수 있는 방법 (반드시 100 자 이내로 기술)

(HINT: 해를 구하는 것이 아니라 이를 구할 수 있는 방법을 설명)

(2) $a_2(x)\dfrac{d^2y}{dx^2}+a_1(x)\dfrac{dy}{dx}+a_0(x)y=0$ 의 기본해를 어떤 방법으로든지 구했을 때, 이의 일반해를 구할 수 있는 방법 (100 자 이내로 그 방법을 상세히 설명)

(3) $w=xe^{2x}$ 일 때, $\int w dx$ 를 구하시오. (기출문제와 동일)

(4) $\int \dfrac{1}{y+3}dy=\int (e^{3x}+x^2)dx$ 를 $y=f(x)$ 의 형태로 구하시오. (기출문제와 동일)

(30 pt) 3. 어떤 미분방정식 $y + e^x + x\dfrac{dy}{dx} = 0$ 에 대하여 다음 각 물음에 대해 답하시오.

(1) 위의 미분방정식을 정리하여

(a) 완전미분방정식임을 보이고, (10 pt)
(b) 완전미분방정식 해법으로 해를 구하시오. (10 pt)

(2) 라그랑제 해법으로 해를 구하시오. (10 pt)

(20 pt) 4. 아래의 각 물음에 답하시오.

(1) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 5\dfrac{dy}{dx} + 6y = 0$ 의 기본해의 하나가 $y_1 = e^{2x}$ 일 때, 차수감소법을 적용하여 다른 하나의 기본해(y_2)를 구하시오.

(2) $\dfrac{dy}{dx} = (-2x + y)^2 - 7$ 의 해를 구하시오. (기출문제와 동일)

Good luck on all your works to answer the questions.

Engineering Applied Mathematics
(Class #: 1635)

Final exam.

Hour: 3:00 ~ 4:50 pm
Date: 15 June 2016

Student Name: _______________
Student's SIGNATURE: ______________
Student I.D. Number: _____________

Directions: Please enter your name on this page. Then sign the examination and enter your student identification number above. Time allowed for this examination is 2 hours. Answer all questions on a separate paper provided. Be precise, logical, and ordered in your responses. ***Show all your work!*** I can not do give *any* credit if you do not write *any*thing. Be careful with mathematics!

(50 pt) 1. 다음 각 물음에 주어진 미분방정식의 해를 구하시오.

(5 개 문항 모두 HW 과 동일한 문제)

(1) $\dfrac{dy}{dx} = e^{3x+2y}$

(2) $\dfrac{dN}{dt} + N = Nte^{t+2}$

(3) $\dfrac{dy}{dx} + y = e^{3x}$

(4) $x\dfrac{dy}{dx} - y = x^2 \sin x$

(5) $y\dfrac{dx}{dy} - x = 2y^2, y(1) = 5$

(20 pt) 2. 다음의 2 차 상미분방정식에 대하여 다음의 각 물음에 답하시오.

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} - 12y = 0$$

(1) 차수감소법을 적용하여 기본해(fundamental solution)를 구하시오.

(2) 상기 문항 (1)에서 얻어진 기본해를 이용하여 선형조합(linear combination) 여부를 판단하고, 일반해(general solution)를 구하시오.

(30 pt) 3. 다음 각 물음에 대해 답하시오.

(1) $y + e^x + x\dfrac{dy}{dx} = 0$ 이

(1)-(a) 완전미분방정식임을 보이고, **(10 pt)**
(1)-(b) 완전미분방정식 해법으로 해를 구하시오. **(10 pt)**

(2) $x\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y^2}{x} + y$ 의 해를 대체법으로 구하시오 **(10 pt)**

Good luck on all your works to answer the questions.

Engineering Applied Mathematics
(Class #: 1602)

Total = 85 pt

Final exam.

Hour: 3:00 ~ 4:15 pm **(75 min)**
Date: 22 June 2017

Student Name: _______________
Student's SIGNATURE: ______________
Student I.D. Number: _____________

Directions: Please enter your name on this page. Then sign the examination and enter your student identification number above. Time allowed for this examination is exactly 75 min. Answer all questions on a separate paper provided. Be precise, logical, and ordered in your responses. ***Show all your work!*** I can not do give *any* credit if you do not write *any*thing. Be careful with mathematics and units!

(30 pt) 1. 다음 각 물음에 답하시오.

(1) 비선형 상미분방정식의 해를 구할 수 있는 방법 **(100 자 이내로 기술)**

(2) Wronskian 함수 **(100 자 이내로 기술)**

(3) $\int xe^{3x}dx$ 를 구하시오.

(30 pt) 2. 아래에 주어진 각 미분방정식의 해를 구하시오. 단, 해법이 지시된 경우 해당 해법을 적용해야 한다.

(1) $y^{\frac{1}{2}}\dfrac{dy}{dx}+y^{\frac{3}{2}}=1,\ y(0)=4$ (HW 문제와 동일)

(2) $2xydx+(x^2-1)dy=0$ (완전 미분 방정식 해법 적용)

(3) $\frac{dM}{dt} = M\left(\alpha - \frac{\alpha}{\beta}M\right)$ (대체법 적용)

(25 pt) 3. 2 차 선형 상미분방정식 $2\frac{d^2y}{dx^2} - 5\frac{dy}{dx} - 3y = 0$ 의 기본해는 $y_1 = e^{-\frac{1}{2}x}$ 와 y_2 이다. 아래 물음에 답하시오.

(1) 차수감소법(order reduction)을 적용하여 기본해 y_2 를 구하시오. **(10 pt)**

(2) 위의 (1)에서 얻어진 결과를 이용하여 일반해를 구할 수 있는 방법을 설명하시오. **(10 pt)**

(3) 위의 (2)에서 도출된 결과에 따라 일반해를 구하시오. **(5 pt)**

Good luck on all your works to answer the questions.