역학 학업 능력 향상 특강 제 2 강

1. 어떤 힘이 보존력인지를 알아보는 일반적인 방법은 힘의 curl을 구하는 것인데 힘 $\vec{F}$가 $\nabla \times \vec{F} = 0$를 만족할 때 힘은 보존력이다. 다음 물음에 답하세요.
(a) 위 식이 성립하는 이유를 설명하시오.
(b) $\vec{F} = y\hat{i} - x\hat{j} + z^2\hat{k}$가 보존력인지 판별하시오.
(c) $\vec{F} = -kr^{-n}\hat{r}$가 보존력인지 판별하시오.
(d) $\vec{F} = xy\hat{i} + cx^2\hat{j} + z^3\hat{k}$가 보존력이 되는 상수 c의 값을 정하시오.

2. 미끄러짐 없이 굴러가는 바퀴 가장자리에서 진흙이 튀고 있다. 바퀴의 진행 속도를 v_0, 반지름을 b라 할 때 진흙이 튀어서 수직으로 올라가는 최대 높이는 지면에 대해 $b + \frac{v_0^2}{2g} + \frac{gb^2}{2v_0^2}$와 같다. 진흙이 바퀴에서 튀어 오르는 위치를 구하시오. (단 $v_0^2 \geq bg$)

3. 수평에 대해 경사 ϕ인 평평한 비탈면에서 속력 v_0, 수평에 대한 각도 α로 대포를 쏠 때 대포알이 비탈면을 따라 이동하는 거리는 $2\frac{v_0^2 \cos\alpha \sin(\alpha - \phi)}{g\cos^2\phi}$임을 보이시오.

4. 2차원 등방 진동자의 초기 조건이 $t=0$일 때 $x = A$, $y = 4A$, $\dot{x} = 0$, $\dot{y} = 3\omega A$로 주어진다. $x(t)$와 $y(t)$를 구하시오.

5. 질량 m인 물체가 $V(x,y,z) = \frac{k}{2}(x^2 + 4y^2 + 9z^2)$로 주어지는 퍼텐셜에너지의 영향하에서 운동한다. $t=0$일 때 물체가 원점에서 v_0의 속력으로 $(1,1,1)$ 방향으로 밀어진다. $k = \pi^2 m$일 때 x, y, z를 t의 함수로 구하시오.

6. 반지름 R인 매끄러운 구면 위에서 구의 중심을 지나는 평면으로부터 높이 $R/2$인 지점에 입자가 놓여있다. 입자를 가만히 놓으면 입자는 구면을 따라 미끄러지다 구면을 떠나게 되는데 이 때 입자의 위치를 중심을 지나는 평면으로부터의 높이로 답하시오.

7. 한 입자가 반지름 R인 반원의 한쪽 끝 A에서 반대편 끝 B으로 이동한다. 입자에는 A를 향하고 A로부터의 거리에 비례하는 힘이 작용한다. 입자가 b에 있을 때 힘의 크기는 F_0이다. 입자가 A에서 B까지 이동하는 동안 힘이 한 일을 구하시오.

8. 전하 q인 대전 입자가 균일한 자기장 $\vec{B}=B\hat{k}$와 z 축으로부터 멀어지거나 z 축을 향하는 방향의 전기장 $\vec{E}=\frac{a}{\rho}\hat{\rho}$ 내에서 운동한다. ($\rho=\sqrt{x^2+y^2}$는 z축으로부터의 거리이며 $\hat{\rho}=\cos\phi\,\hat{i}+\sin\phi\,\hat{j}$)

(a) 원통좌표계에서 운동방정식을 쓰시오.

(b) $K=m\rho^2\dot{\phi}+\frac{qB}{2}\rho^2$는 운동 상수(보존되는 양)임을 보이시오.

9. 한 입자가 2차원에서 $x(t)=A(2\alpha t-\sin\alpha t)$, $y(t)=A(1-\cos\alpha t)$와 같이 운동한다.

(a) 임의의 시간 t에서 속도 방향에 대한 접선 방향의 가속도와 수직 방향의 가속도를 구하시오.

(b) 수직 방향의 가속도의 크기가 최대가 되는 시간을 구하시오.